

中国科学技术大学

2020 学年热学随堂测验 03

考试科目: 热学 得分 学生所在系: 姓名: 学号:

题目 1: 要求通过构造等温、绝热过程, 连接两平衡态 (P_1, V_1, T_1) 和 (P_2, V_2, T_2) , 求熵差 $\Delta S_{12}=?$ (10 分)

题目 2: 张玉明《热学》第二版, P92, 例 3.2, 两等热容 C 物体, 由初始温差 $T_1 > T_2$, 通过可逆卡诺热机驱动达到热平衡 $T_f = (T_1 T_2)^{1/2}$ 。问: 1) 绝热体系的构成是什么, 以及系统的总熵变 $\Delta S=?$ 2) 如二者通过热接触、热传导达到平衡, 系统的熵差又是? (15 分)

题目 3: 处于热平衡态 (温度 T) 的理想气体 (粒子质量 m), 推导其粒子速率 v 的方差 $\sigma^2(v)=?$ (5 分)

题目 4: 张玉明《热学》第二版, P136, 图 4.7, 葛正权实验, 测量处于热平衡态 (温度 T) 理想气体 (粒子质量 m) 泻流速率分布 $F(V)$ 。已知圆通直径 D 、匀转速 ω , 问: 1) 推导气体分子在弧长 L 上的沉积分布 $g(L)=?$; 2) 问最可几 (即沉积分子最多) 的泻流速率 $V_p=?$ (20 分)

题目 5:

2 维 Maxwell 分布:

(1) 仿照三维 Maxwell 分布的推导方法, 试推导二维 Maxwell 速率分布律。(3 分)

(2) 对于两个服从 2-dimension Maxwell 分布的相对运动的粒子, 如果它们的速度分别是 v_1, v_2 试 推导它们之间的相对速度 $\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ 和相对速率 v_0 的分布函数, 并给出 v_0 的平均值。(7 分)

题目 6:

上课时有提到过, 可以通过泄流来分离同位素原子, 称为泄流分离法。用此法从天然铀中将 ^{235}U 提炼到 99% 需要进行多少级泄流? (天然铀中同位素丰度为: 0.7% ^{235}U , 99.3% ^{238}U) (5 分)

题目 7:

一热机循环过程在 $T-S$ 图上可以表示为一椭圆，其椭圆方程为 $(S-2S_0)^2/S_0^2+(T-2T_0)^2/T_0^2=1$ ，试求此热机的效率（提示，椭圆面积为 πab ）（5 分）

题目 8: 黑洞也可以视为一个热力学系统，描述黑洞的热力学理论被称为黑洞热力学。科学家对照普遍的热力学理论提出了 4 个黑洞热力学定律，分别是：

第零定律：对于一个稳态黑洞，其视界的表面引力是一个常数（ $g = GM/R_s^2$ ），并定义了黑洞的温度 $T = \hbar g / 2 \pi c k$ ；

第一定律：黑洞热力学量满足 $dE = c^2 dM = T dS + \Omega dJ + \Phi dQ$ ，这里 J 和 Q 分别是黑洞的角动量和电荷， Ω 和 Φ 是黑洞的角速度和静电势；

第二定律：黑洞熵和外界熵之和不会减少；

第三定律：不能经过有限的物理过程将黑洞的温度（表面引力）降低到零。

现在，我们考虑最简单的黑洞模型：史瓦西黑洞。史瓦西黑洞是静态且不带电荷的黑洞，即 J 和 Q 为 0，由经典牛顿引力理论推导出的黑洞半径和广义相对论给出的史瓦西半径相同，均为 $R_s = 2GM/c^2$ 。问题：

1. 给出史瓦西黑洞的霍金辐射温度（5 分）
2. 给出史瓦西黑洞的熵函数（5 分）
3. 给出史瓦西黑洞的热容，黑洞能与外界处于稳定的热平衡态么？并给出解释（5 分）

题目 9:

黑体辐射模型：

(1) 对于一个封闭空腔，如果在器壁上开一个小口，电磁辐射（光速为 c ）将从小孔射出。辐射能量密度定义为单位时间内通过小孔的单位面积向另一侧辐射的辐射能量。试证明辐射能量密度 $J_u = 1/4 cU/V = 1/4cu$ 。这里， U 是体系内能， V 是体系体积， c 是光速。可以定义能量密度 $u = U/V$ 。（5 分）

(2) 如果开口很小，仍然假设空腔中的电磁辐射处于平衡状态。已知辐射压与辐射能量密度的关系可以由电磁理论给出： $p = 1/3u$ 。试推导 Stephen-Boltzman 定律： $J_u = \sigma T^4$ ，给出 σ 的表达式。（提示，根据书上公式 3.2.5 求出辐射内能）（5 分）

(3) 证明处于空腔中的电磁辐射吉布斯函数 $G = U - TS + pV = 0$ 。（5 分）这个结果实际上表明了光子数并不守恒，即光子可以被吸收或发射。